

برنامه‌ریزی خطی (مدلسازی)

Linear Programming (LP)

بسیاری و ناآرام بودن محیط سازمان‌ها به مدیران در این تصمیم‌گیری کمک می‌کند

مدیران برای رسیدن به یک هدف مشخص با محدودیت‌های بسیاری چون محدودیت منابع / انرژی / نیروی انسانی / مواد / پول و ... مواجه هستند.

هدف اغلب مدیران و سازمان‌ها رسیدن به سود بیشتر و یا حداقل کردن سود است. در ضمن سازمان‌هایی هستند که در مورد حداقل کردن هزینه / زمان و ... خود هستند.

یکی از روش‌های متداول برای رسیدن به هدف با توجه به محدودیت‌های مختلف برنامه‌ریزی خطی است. برنامه‌ریزی خطی شامل مدلی است که دارای یک تابع هدف و چند محدودیت است.

## مدل سازی

هر مدل برنامهریزی فعلی شامل اجزای و ترکیبهای مختلفی است

متغیرهای تصمیم / تابع هدف / محدودیت‌های مدل

متغیرهای تصمیم به عنوان نمادهای ریاضی که سطح فعالیت هر مسئله را بیان می‌کنند

یک کارخانه سازنده وسایل الکترونیکی، با بودجه ۲۰۰ دلار و ۱۰۰۰ ساعت

تابع هدف مدل به یک رابطه ریاضی فعلی است که هدف مسئله را در قالب متغیرهای تصمیم توصیف می‌کند که به صورت عددی در دسترس یا حداقل کردن بیان می‌شود.

محدودیت‌های مدل به سایر روابط فعلی بین متغیرهای تصمیم هستند. محدودیت منابع یا سایر گزاره‌های واقعی مسئله

**مسئله:** شرکتی می خواهد بداند که از هر یک از سه محصول چه مقدار تولید کند تا با رعایت محدودیت منابع، حداکثر سود را داشته باشد.

| مقدار در رتس      | محصول ۳ | محصول ۲ | محصول ۱ | کروکی‌ها (ساعت / واحد) | مواد                  | سود هر واحد |
|-------------------|---------|---------|---------|------------------------|-----------------------|-------------|
| ۲۴۰ ساعت (روزانه) | ۴       | ۲       | ۵       | ۵ ساعت                 | ۴ کیلوگرم (در هر روز) | ۳           |
| ۴۰۰ کیلوگرم (روز) | ۳       | ۲       | ۳       | ۴ کیلوگرم              | ۴                     | ۵           |
| ۱۰۰۰ (وزن)        | ۲       | ۵       | ۳       |                        |                       |             |

متغیرهای تصمیم  $x_1, x_2, x_3$   
 محصول ۱، محصول ۲، محصول ۳

هدف  $\text{Max } z = 3x_1 + 5x_2 + 2x_3$   
 حداکثر سود حاصل از تولید سه محصول

محدودیت‌ها  $5x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 240$

$4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 400$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$

نامتنی بودن متغیرهای تصمیم (تولید متغیر از یک محصول غیر منفی است)

## مسئله: سرمایه گذاری

شخصی ۷ میلیون ریال سرمایه دارد که می خواهد در کسب های مختلف سرمایه گذاری کند. این کسب ها عبارتند از: اوراق قرضه با ۵٪، ۸٪، ۱۰٪، ۱۲٪، ۱۳٪، ۱۴٪، ۱۵٪، ۱۶٪، ۱۷٪، ۱۸٪، ۱۹٪، ۲۰٪، ۲۱٪، ۲۲٪، ۲۳٪، ۲۴٪، ۲۵٪، ۲۶٪، ۲۷٪، ۲۸٪، ۲۹٪، ۳۰٪، ۳۱٪، ۳۲٪، ۳۳٪، ۳۴٪، ۳۵٪، ۳۶٪، ۳۷٪، ۳۸٪، ۳۹٪، ۴۰٪، ۴۱٪، ۴۲٪، ۴۳٪، ۴۴٪، ۴۵٪، ۴۶٪، ۴۷٪، ۴۸٪، ۴۹٪، ۵۰٪، ۵۱٪، ۵۲٪، ۵۳٪، ۵۴٪، ۵۵٪، ۵۶٪، ۵۷٪، ۵۸٪، ۵۹٪، ۶۰٪، ۶۱٪، ۶۲٪، ۶۳٪، ۶۴٪، ۶۵٪، ۶۶٪، ۶۷٪، ۶۸٪، ۶۹٪، ۷۰٪، ۷۱٪، ۷۲٪، ۷۳٪، ۷۴٪، ۷۵٪، ۷۶٪، ۷۷٪، ۷۸٪، ۷۹٪، ۸۰٪، ۸۱٪، ۸۲٪، ۸۳٪، ۸۴٪، ۸۵٪، ۸۶٪، ۸۷٪، ۸۸٪، ۸۹٪، ۹۰٪، ۹۱٪، ۹۲٪، ۹۳٪، ۹۴٪، ۹۵٪، ۹۶٪، ۹۷٪، ۹۸٪، ۹۹٪، ۱۰۰٪. در صد بازده سالانه / سپرده بانکی با ۵٪، در صد بازده سالانه / اوراق قرضه با ۸٪، ۹٪، ۱۰٪، ۱۱٪، ۱۲٪، ۱۳٪، ۱۴٪، ۱۵٪، ۱۶٪، ۱۷٪، ۱۸٪، ۱۹٪، ۲۰٪، ۲۱٪، ۲۲٪، ۲۳٪، ۲۴٪، ۲۵٪، ۲۶٪، ۲۷٪، ۲۸٪، ۲۹٪، ۳۰٪، ۳۱٪، ۳۲٪، ۳۳٪، ۳۴٪، ۳۵٪، ۳۶٪، ۳۷٪، ۳۸٪، ۳۹٪، ۴۰٪، ۴۱٪، ۴۲٪، ۴۳٪، ۴۴٪، ۴۵٪، ۴۶٪، ۴۷٪، ۴۸٪، ۴۹٪، ۵۰٪، ۵۱٪، ۵۲٪، ۵۳٪، ۵۴٪، ۵۵٪، ۵۶٪، ۵۷٪، ۵۸٪، ۵۹٪، ۶۰٪، ۶۱٪، ۶۲٪، ۶۳٪، ۶۴٪، ۶۵٪، ۶۶٪، ۶۷٪، ۶۸٪، ۶۹٪، ۷۰٪، ۷۱٪، ۷۲٪، ۷۳٪، ۷۴٪، ۷۵٪، ۷۶٪، ۷۷٪، ۷۸٪، ۷۹٪، ۸۰٪، ۸۱٪، ۸۲٪، ۸۳٪، ۸۴٪، ۸۵٪، ۸۶٪، ۸۷٪، ۸۸٪، ۸۹٪، ۹۰٪، ۹۱٪، ۹۲٪، ۹۳٪، ۹۴٪، ۹۵٪، ۹۶٪، ۹۷٪، ۹۸٪، ۹۹٪، ۱۰۰٪. برای حل کردن از نسبت سرمایه گذاری در صورت زیر گفتی شده است.

- ✓ مجموع سرمایه گذاری در اوراق قرضه بزرگتر از ۲۰٪ در صد کل سرمایه بانکی
- ✓ مبلغ سرمایه گذاری در سپرده بانکی بیش از مجموع سرمایه گذاری در سپرده های دیگر
- ✓ مجموع سرمایه گذاری در اوراق قرضه و سپرده بانکی حداقل ۳۰٪ در صد کل سرمایه بانکی

✓ در صورتی که حائز اهمیت است نسبت مجموع سرمایه گذاری در سپرده بانکی و اوراق قرضه به مجموع سرمایه گذاری در اوراق قرضه و خرید سهام  $\frac{1}{2}$  باشد.

مبلغ سرمایه گذاری در اوراق قرضه:  $x_1$

مبلغ سرمایه گذاری در سهام:  $x_2$

مبلغ سرمایه گذاری در اوراق قرضه:  $x_3$

مبلغ سرمایه گذاری در خرید سهام:  $x_4$

تابع هدف

$$z = 0.13x_1 + 0.059x_2 + 0.045x_3 + 0.11x_4$$

محدودیت ها

کل سرمایه ۷۰ میلیون ریال ۲۰ درصد (۱۴ میلیون ریال)

✓  $x_1 \leq 14000000$  دل

✓  $x_2 \leq x_1 + x_3 + x_4 \Rightarrow x_2 - x_1 - x_3 - x_4 \leq 0$

✓  $x_3 + x_4 \geq 21000000$

✓  $\frac{x_3 + x_4}{x_1 + x_2} \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_3 + x_4 \geq \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$

$\Rightarrow x_3 + x_4 - \frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{2}x_2 \geq 0$

✓  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 70000000$  دل

✓  $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$