تمرینات فصل سوم مشتق

مشتق توابع زیر را بیابید.

۱ $f(x) = (9x^3 - 8x)^7$

$f'(x) = 7(27x^2 - 8)(9x^3 - 8x)^6$

۲ $f(x) = \ln(4x+1) - 2x + \sin^2 3x$

$f'(x) = \frac{4}{4x+1} - 2 + 2\cos 3x$

۳ $f(x) = 2e^{9x+1} - 2\ln x + 3x$

$f'(x) = 2 \times 9 e^{9x+1} - 2\left(\frac{1}{x}\right) + 3$

۴ $f(x) = \frac{4x^5 - 3x^2}{3x - 5}$

$f'(x) = \frac{(20x^4 - 6x)(3x-5) - 3(4x^5 - 3x^2)}{(3x-5)^2}$

۳ $f(x) = x^{۲}\sin ax - ۳ax + ۴ - ۲e^{۷x}$

$f'(x) = ۲ax\sin ax + \cos ax(ax^{۲}) - ۳ + ۰ - ۲(۷)e^{۷ax}$

۴ $f(x) = x^{۲}e^{۸ax} + ۸\cos ax - ۹ax^{۲}$

$f'(x) = ۲x^{۲}(e^{۸ax}) + ۸e^{۸ax}x^{۲} + ۸(-\sin ax) - ۱۸ax$

۷ $f(x) = (۱۱ax^{۲} - ۸ax)(ax + ۲^{۲})$

$f'(x) = (۲۲ax - ۸)(ax + ۲^{۲}) + (۱)(۱۱ax^{۲} - ۸ax)$

۸ $f(x) = ۱۰e^{۲ax} - ۲ax^{۲} + ۹ax + ۲^{۲}$

$f'(x) = ۱۰(۲)e^{۲ax} - ۸ax^{۲} + ۹ + ۰$

۹ $f(x) = x\ln ax + ۲ax^{۸} + ۷e^{ax}$

$f'(x) = (۱)\ln ax + \left(\frac{۱}{ax}\right)ax + ۲۴ax^{۷} + ۷e^{x}$

۱۰ $f(x) = (-۳ax^{۲} + ۸ax - ۹)^{۱۲}$

$f'(x) = ۱۲(-۱۰ax + ۸)(-۳ax^{۲} + ۸ax - ۹)^{۱۲}$

11 $f(x) = 2\sqrt[2]{x^1} + 8x^2 - 4$

$\sqrt[m]{x^n}$

$f'(x) = 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} + 16x$

$\frac{n}{\sqrt[m]{x^{m-n}}}$

12 $f(x) = 8\sqrt[3]{x^1} - x$

$f'(x) = 8 \cdot \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - 1$

13 $f(x) = \frac{x}{2} + 2x - 9$

$\frac{x}{2} = \frac{1}{2}x$

$f'(x) = \frac{1}{2} + 2 + 0$

14 $f(x) = e^x e^{2x} e^{2x} - 10x^2 + 2\sin x$

$e^x e^{2x} = e^{3x}$

$f'(x) = 3e^{3x} - 20x + 2\cos x$

$e^x e^{2x} + 2e^x e^{2x}$

$e^{3x} + 2e^{3x}$

$3e^{3x}$

15 $f(x) = \frac{4x^2 - 2}{x+3} - \frac{1}{x}$

$f'(x) = \frac{(8x)(x+3) - (4x^2-2)}{(x+3)^2} - \frac{0-1}{x^2}$

۱۶ $f(x)=\sqrt{8x^2-1}-3\ln(2x)$

$f'(x)=\dfrac{16x}{2\sqrt{8x^2-1}}-3\,\dfrac{2}{2x}$

۱۷ $f(x)=4e^{9x^3}+\dfrac{3}{\sin x}-\cos x$

$f'(x)=4(27x^2)e^{9x^3}+\dfrac{0-3\cos x}{\sin^2 x}-(-\sin x)$

۱۸ $f(x)=(9x+8)^4+2x$

$f'(x)=4(9)(9x+8)^3+2$

۱۹ $f(x)=3\sin x^2-8x$

$f'(x)=3(2x)\cos x^2-8$

۲۰ $f(x)=2\cos x+8e^{x^2}$

$f'(x)=-2\sin x+8(2x)e^{x^2}$

تمرینات فصل چهارم انتگرال

۱) $\int (9x^2 + 5\sin x)\,dx = \int 9x^2\,dx + \int 5\sin x\,dx$

$= 9\int x^2\,dx + 5\int \sin x\,dx = 9\,\frac{x^3}{3} + 5(-\cos x)$

۲) $\int \frac{x-1}{3}\,dx$

$= \int \frac{x}{3} - \frac{1}{3}\,dx = \int \frac{x}{3}\,dx - \int \frac{1}{3}\,dx$

$= \frac{1}{3}\int x\,dx - \frac{1}{3}\int 1\,dx = \frac{1}{3}\,\frac{x^2}{2} - \frac{1}{3}x$

۳) $\int (4x^2 + e^{3x})\,dx = \int 4x^2\,dx + \int e^{3x}\,dx$

$= 4\int x^2\,dx + \int e^{3x}\,dx = 4\,\frac{x^3}{3} + \frac{e^{3x}}{3}$

۴) $\int (e^{8x+1} - 5)\,dx$

$= \int e^{8x+1}\,dx - \int 5\,dx$

$= \int e^{8x+1}\,dx - 5\int 1\,dx = \frac{e^{8x+1}}{8} - 5x$

٣) $\int \frac{-٢}{x} + ٢x - ١ \, dx$

$= \int -\frac{٢}{x} dx + \int ٢x \, dx - \int ١ \, dx$

$= -٢ \int \frac{١}{x} dx + ٢ \int x \, dx - \int ١ \, dx = -٢ \ln x + ٢ \frac{x^{٢}}{٢} - x$

٤) $\int \frac{٤x^{٣} + ٨x - ١}{x^{٢}} dx$

$= \int \frac{٤x^{٣}}{x^{٢}} dx + \int \frac{٨x}{x^{٢}} dx - \int \frac{١}{x^{٢}} dx$

$= ٤ \int x \, dx + ٨ \int \frac{١}{x} dx - \int x^{-٢} dx$

$= ٤ \frac{x^{٢}}{٢} + ٨ \ln x - \frac{x^{-٢+١}}{-٢+١}$

٥) $\int ٥ - \frac{٩}{x - ١٥} dx = \int ٥ \, dx - \int \frac{٩}{x - ١٥} dx$

$= ٥ \int ١ \, dx - ٩ \int \frac{١}{x - ١٥} = ٥x - ٩ \ln(x - ١٥)$

(٨) $\int \frac{x^{٢}}{x^{٣}-١}\,dx$

$= \frac{\ln(x^{٣}-١)}{٣}$

$\frac{٣x^{٢}}{x^{٣}-١}$

(٩) $\int ١e^{٣x} - ٢e^{-٢x}\,dx$

$= \int ١e^{٣x}\,dx - \int ٢e^{-٢x}\,dx = ١\int e^{٣x}\,dx - ٢\int e^{-٢x}\,dx$

$= ١\frac{e^{٣x}}{٣} - ٢\frac{e^{-٢x}}{-٢}$

(١٠) $\int \frac{١٢x^{٢}-٥}{x}\,dx$

$= \int \frac{١٢x^{٢}}{x}\,dx - \int \frac{٥}{x}\,dx = ١٢\int x\,dx - ٥\int \frac{١}{x}\,dx$

$= ١٢\frac{x^{٢}}{٢} - ٥\ln x$

(١١) $\int \frac{١٢x^{٤}}{x^{٧}-٢}\,dx = ٢\ln(x^{٧}-٢)$

$\frac{٧x^{٦}}{x^{٧}-٢}$

۱۲

$$\int 2e^{5x} - 10\sin x + 8 \, dx$$

$$= \int 2e^{5x}\,dx - \int 10\sin x\,dx + \int 8\,dx$$

$$= 2\int e^{5x}\,dx - 10\int \sin x\,dx + 8\int 1\,dx =$$

$$= 2\frac{e^{5x}}{5} - 10(-\cos x) + 8x$$

۱۳

$$\int \frac{9x^3 + 2}{x}\,dx$$

$$= \int \frac{9x^3}{x}\,dx + \int \frac{2}{x}\,dx = 9\int x^2 + 2\int \frac{1}{x}\,dx$$

$$= 9\frac{x^3}{3} + 2\ln x$$

۱۴

$$\int \frac{\sin x - 7}{3}\,dx$$

$$= \int \frac{\sin x}{3}\,dx - \int \frac{7}{3}\,dx = \frac{1}{3}\int \sin x\,dx - \frac{7}{3}\int 1\,dx$$

$$= \frac{1}{3}(-\cos x) - \frac{7}{3}x$$

۱۵

$$\int ۵e^{۸x} + ۳\cos x - ۲ \, dx$$

$$= \int ۵e^{۸x}dx + \int ۳\cos x \, dx - \int ۲ \, dx$$

$$= ۵\int e^{۸x}dx + ۳\int \cos x \, dx - ۲\int ۱ \, dx$$

$$= ۵\,\frac{e^{۸x}}{۸} + ۳\sin x - ۲x$$